

**Θέμα 1.** (5 μονάδες)

Θεωρείστε τον **τρισδιάστατο** ημιαγωγό GaAs ( $m_e=0.07m_0$ ,  $m_h=0.4m_0$ ,  $E_g=1,4\text{eV}$ ). Υποθέτοντας οπτικές μεταβάσεις μεταξύ της ΖΑ και ΖΣ και ίσες συγκεντρώσεις ηλεκτρονίων και οπών, να υπολογίσετε την ελάχιστη συγκέντρωση  $n=p$  που απαιτείται ώστε να έχουμε αναστροφή πληθυσμού στο GaAs, για πέντε διαφορετικές θερμοκρασίες μεταξύ 77K και 300K. Λύστε το για ευκολία με προσέγγιση Boltzmann, και φτιάξτε ένα γράφημα  $n(T)$ .

**Θέμα 2.** (5 μονάδες)

Γράψτε την εξίσωση ρεύματος-τάσης για μία δίοδο p-n που ακτινοβολείται από ηλιακό φως, και φτιάξτε ένα σχηματικό γράφημα I-V. Εξηγείστε σε ποιο τεταρτημόριο του γραφήματος λειτουργεί η δίοδος σαν ηλιακό κύτταρο, και ποιό είναι το σημείο μεγίστης ισχύος του ηλιακού κυττάρου. Ξεκινώντας από την εξίσωση ρεύματος-τάσης, να βρείτε την εξίσωση που υπολογίζει την τάση μέγιστης ισχύος.

### Θέμα 1. (5 μονάδες)

Δίδεται ο **τρισδιάστατος** GaAs ημιαγωγός ( $m_e=0.07m_0$ ,  $m_h=0.4m_0$ ,  $E_g=1.4\text{eV}$ , και  $n_i \approx 10^6 \text{ cm}^{-3}$ ).

α) Υποθέτοντας ίσες συγκεντρώσεις εγχεόμενων φορέων, οπτικές μεταβάσεις μεταξύ της ZA και ZΣ, και ότι έχουμε ενδογενή ημιαγωγό, να υπολογίσετε με προσέγγιση Joyce-Dixon την ελάχιστη συγκέντρωση έγχυσης  $n=p$  που απαιτείται ώστε να έχουμε αναστροφή πληθυσμού στους 300K.

β) Υπολογίστε το ίδιο στην περίπτωση που ο ημιαγωγός δεν είναι ενδογενής, αλλά διαθέτει συγκέντρωση αποδεκτών  $N_A=10^{18} \text{ cm}^{-3}$ .

### Θέμα 2. (5 μονάδες)

Δίνεται μία διάταξη επαφής  $p-n$  από Si κατά τον άξονα-x, η οποία σε Θ.I. στους 300K έχει το κάτωθι διάγραμμα ενεργειακών ζωνών

(α) η ενεργειακή απόσταση μεταξύ της στάθμης Fermi και της στάθμης Fermi ενδογενούς ημιαγωγού είναι  $300\text{meV}$  στην πλευρά n και  $200\text{meV}$  στην πλευρά p. Υπολογίστε τις συγκεντρώσεις Δοτών στην πλευρά n και Αποδεκτών στην πλευρά p.

(β) Σχεδιάστε αιτιολογημένα (δίνοντας τύπους) το ηλεκτρικό πεδίο, δυναμικό και την πυκνότητα φορτίου συναρτήσει του x, σε αντιστοιχία με το διάγραμμα ενεργειακών ζωνών. Σε ποιο διάστημα υπάρχει η περιοχή απογύμνωσης και πόση είναι η πυκνότητα φορτίου εκεί (εξηγείστε και δώστε σχέσεις);

(γ) Πόσο είναι το δυναμικό επαφής  $V_{bi}$ ;

(δ) Σε Θ.I. το συνολικό ρεύμα μέσα από την επαφή είναι μηδέν. Υποδείξτε εάν στο σημείο της επαφής ( $x=0$ ) τα ρεύματα ολίσθησης και διάχυσης των ηλεκτρονίων και οπών είναι μηδενικά ή όχι (αιτιολογήστε με τύπους)



**Τμήμα Επιστήμης και Τεχνολογίας Υλικών  
Στοιχεία Φυσικής Ήμιαγωγών 481  
Εξεταστική Σεπτεμβρίου 2011**

(2,5 ώρες)

**Θέμα 1.** (3 μονάδες)

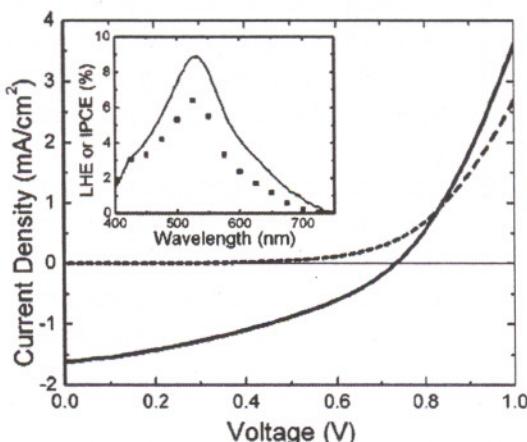
- (α) Υπολογίστε την ειδική αντίσταση,  $\rho=1/\sigma$ , N-τύπου GaAs στους 300K, το οποίο περιέχει προσμείξεις δοτών σε συγκέντρωση  $N_D = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ .  
 (β) Να υπολογίσετε την ηλεκτρική αντίσταση μιας «ράβδου» από το παραπάνω υλικό πάχους 0.5μm, πλάτους 1mm, και μήκους 3mm.

**Θέμα 2.** (4 μονάδες)

Μία δίοδος p-n GaAs έχει  $N_A = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  και  $N_D = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  συγκεντρώσεις προσμείξεων στην κάθε πλευρά. (α) Να υπολογίσετε τις θέσεις της ενέργειας Fermi στην κάθε πλευρά και να σχεδιάσετε το διάγραμμα ζωνών σε ισορροπία. (β) να υπολογίσετε το δυναμικό επαφής, καθώς και (γ) το συνολικό πάχος απογύμνωσης.

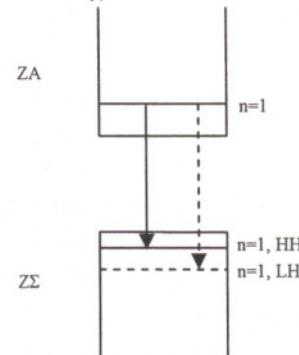
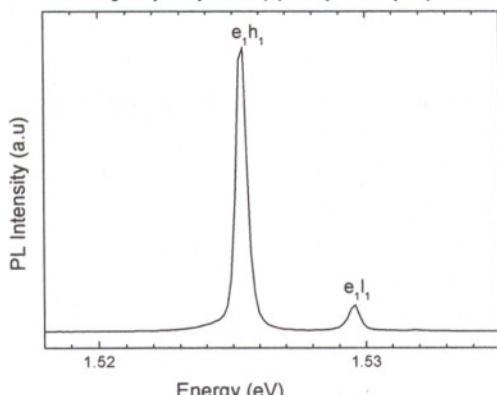
**Θέμα 3.** (3 μονάδες)

Στο παρακάτω Σχήμα, η καμπύλη με το συνεχές ίγνος αποτελεί την χαρακτηριστική καμπύλη I-V ενός ηλιακού κυττάρου επιφάνειας  $0.5 \text{ cm}^2$  υπό συνθήκες σε ηλιακή ακτινοβολία με ισχύ  $0.1 \text{ W/cm}^2$ . Από το γράφημα, να εξάγετε το ρεύμα βραχυκύκλωσης  $I_{sc}$  και την τάση ανοικτού κυκλώματος  $V_{oc}$ , να εκτιμήσετε προσεγγιστικά τον παράγοντα πλήρωσης (fill factor) του κυττάρου, και εν συνεχείᾳ να υπολογίσετε την απόδοσή του.



**Θέμα 1.** (4 μονάδες)

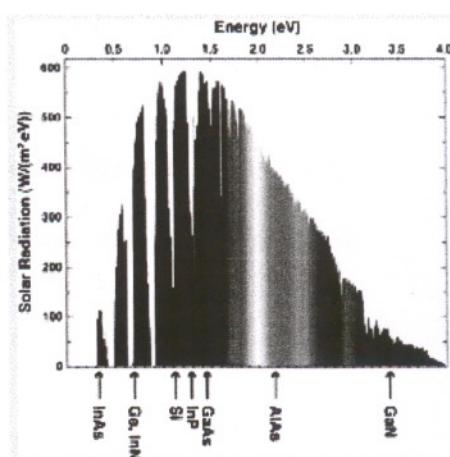
Δίνεται το παρακάτω φάσμα φωταύγειας από ένα κβαντικό πηγάδι GaAs υψηλής ποιότητας, το οποίο αποτελείται από δύο κορυφές: την  $e_{\downarrow}h_{\downarrow}$  η οποία προέρχεται από αυθόρυμη επανασύνδεση  $n=1$  ηλεκτρονίων και βαρέων οπών (HH) (βλ. διάγραμμα), και την  $e_{\downarrow}l_{\downarrow}$  που προέρχεται από αυθόρυμη επανασύνδεση  $n=1$  ηλεκτρονίων και ελαφριών οπών (LH, βλ. διάγραμμα). Εάν  $m_{HH}=0.40 m_0$  και  $m_{LH}=0.1 m_0$ , υπολογίστε το πάχος του πηγαδιού χρησιμοποιώντας την προσέγγιση απειρόβαθου κβαντικού πηγαδιού.



**Θέμα 2.** (3 μονάδες)

α) Στο διπλανό σχήμα δίνεται το φάσμα της ηλιακής ακτινοβολίας που φθάνει στην επιφάνεια της Γης. Στο ίδιο σχήμα, υποδεικνύονται με βέλη τα ενεργειακά χάσματα γνωστών ημιαγωγών. Ποιόν από αυτούς τους ημιαγωγούς θα επιλέγατε εάν το ζητούμενο ήταν να φτιαχθεί ένα φωτοβολταϊκό υψηλής απόδοσης; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

β) Έστω φωτοβολταϊκό σύστημα του εμπορίου με απόδοση 10%. Εάν η προσπίπτουσα ηλιακή ακτινοβολία έχει πυκνότητα ισχύος  $1.4 \text{ kW/m}^2$ , υπολογίστε την επιφάνεια του φωτοβολταϊκού που απαιτείται ώστε να μπορεί να τροφοδοτηθεί ένας ηλεκτρικός θερμοσίφωνας ισχύος 1 kW.



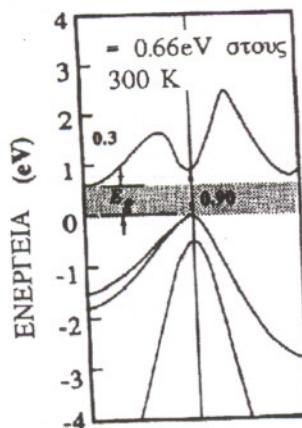
**Θέμα 3.** (3 μονάδες)

Έστω ημιαγωγός p-τύπου με ενεργειακό χάσμα  $3.4 \text{ eV}$  και ενεργό πυκνότητα καταστάσεων  $N_V=3 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$  στη ZZ. Ο ημιαγωγός περιέχει  $N_A=10^{19} \text{ cm}^{-3}$  προσμείζεις αποδεκτών, όμως η συγκέντρωση ελεύθερων οπών που δείχνει η μέτρηση Hall σε θερμοκρασία δωματίου είναι μόλις  $p=10^{17} \text{ cm}^{-3}$ . α) Υποθέτοντας ότι αυτό οφείλεται στον μερικό ιονισμό των αποδεκτών, υπολογίστε την ενέργεια σύνδεσης των αποδεκτών (βλ. υποσημείωση 2). β) Υπολογίστε την απόσταση της ενέργειας Fermi από το μέγιστο της ZZ χρησιμοποιώντας προσέγγιση Boltzmann. γ) Σχεδιάστε την στάθμη των αποδεκτών και την ενέργεια Fermi στο διάγραμμα ενεργειακών ζωνών του ημιαγωγού.

**Υποσημείωση 1:** η ενέργεια κβαντικού περιορισμού ενός φορέα με ενεργό μάζα  $m^*$  σε άπειρο πηγάδι πάχους  $L$  είναι  $E_n = \pi^2 \hbar^2 n^2 / 2m^* L^2$ , όπου  $n=1,2,\dots$

**Υποσημείωση 2:** ο βαθμός ιονισμού των αποδεκτών σε έναν ημιαγωγό p-τύπου δίνεται από τον παράγοντα  $\exp(-E_A/kT)$ , όπου  $E_A$  η ενέργεια σύνδεσης των αποδέκτη, δηλαδή η ενεργειακή διαφορά μεταξύ στάθμης αποδέκτη και του μεγίστου της ZZ.

1. (6 μονάδες)



Στο διπλανό σχήμα, δίνεται το ενεργειακό διάγραμμα ζωνών ενός ημιαγωγού εμμέσου χάσματος, με ενεργειακό χάσμα  $E_g=0.66\text{eV}$ , και ενεργό πυκνότητα καταστάσεων  $N_C=10^{18} \text{ cm}^{-3}$  στη ΖΑ και  $N_V=10^{19} \text{ cm}^{-3}$  στη ΖΣ, στους 300K.

(α) Αν ο ημιαγωγός έχει συγκέντρωση δοτών  $N_d=10^{17} \text{ cm}^{-3}$ , υπολογίστε την απόσταση της στάθμης Fermi από το άκρο της ΖΑ  $E_C$ , θεωρώντας ότι όλοι οι δότες είναι ιονισμένοι.

(β) Υπολογίστε την πυκνότητα των οπών στη ΖΣ.

(γ) Αν ο κρύσταλλος διεγερθεί οπτικά έτσι ώστε να δημιουργηθούν  $10^{17} \text{ cm}^{-3}$  πρόσθετοι φορείς στις ΖΑ και ΖΣ, να προσδιορίσετε τις θέσεις των ψευδοσταθμών Fermi ως προς τα άκρα των ΖΑ και ΖΣ αντίστοιχα.

Σημείωση: χρησιμοποιήστε σε όλες τις περιπτώσεις την προσέγγιση Boltzmann, δηλαδή  $n=N_C \exp[(E_F-E_C)/kT]$ ,  $p=N_V \exp[(E_V-E_F)/kT]$ . Δίνεται ότι  $kT=25.8\text{meV}$  στους 300K.

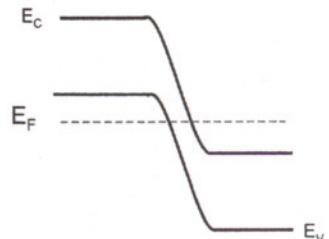
2. (4 μονάδες)

Υπολογίστε την ειδική αντίσταση,  $\rho=1/\sigma$ , του ενδογενούς Si και ενδογενούς GaAs στους 300K.

Σημείωση: υπολογίστε πρώτα τις συγκεντρώσεις φορέων στην κάθε περίπτωση, και χρησιμοποιήστε τις τιμές ευκινησίας του βιβλίου για τα δύο υλικά.

### Θέμα 1. (3 μονάδες)

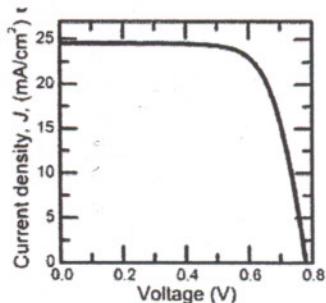
Μία ιδιαίτερη περίπτωση διόδου είναι η δίοδος σήραγγος ή και δίοδος Esaki (Nobel prize, 1973). Η λειτουργία της βασίζεται σε φαινόμενο σήραγγος των ηλεκτρονίων από τη μία περιοχή στην άλλη, και για να λειτουργήσει απαιτούνται υψηλές τιμές προσμείξεων στις N και P περιοχές, ώστε η στάθμη Fermi στην ισορροπία να βρίσκεται χαμηλότερα από Ev στην περιοχή P, και υψηλότερα από Ec στην περιοχή N (βλ. διπλανό σχήμα).



- 1) Θέλοντας να κατασκευάσουμε μία δίοδο σήραγγος GaAs, να υπολογίσετε την ελάχιστη συγκέντρωση προσμείξεων που απαιτείται στην κάθε περιοχή για να ικανοποιείται το διάγραμμα ζωνών του σχήματος.
- 2) Να υπολογίσετε τα αντίστοιχα πάχη απογύμνωσής στις δύο περιοχές.

### Θέμα 2. (3 μονάδες)

Στο διπλανό Σχήμα, δίνεται η χαρακτηριστική καμπύλη I-V ενός ηλιακού κυττάρου επιφάνειας  $1\text{mm}^2$  υπό συνθήκες έκθεσης σε ηλιακή ακτινοβολία με ισχύ  $0.1\text{W/cm}^2$ . Από το γράφημα, να εξάγετε το ρεύμα βραχυκύκλωσης  $I_{sc}$  και την τάση ανοικτού κυκλώματος  $V_{oc}$ , να εκτιμήσετε προσεγγιστικά τον παράγοντα πλήρωσης (fill factor) του κυττάρου, και εν συνεχείᾳ να υπολογίσετε την απόδοσή του.



### Θέμα 3. (5 μονάδες)

Δίδεται ο δι-διάστατος GaAs ημιαγωγός ( $m_e=0.07m_0$ ,  $m_h=0.4m_0$ ,  $E_g=1.4\text{eV}$ ). Υποθέτοντας ίσες συγκεντρώσεις φορέων και οπτικές μεταβάσεις μεταξύ της ZA και ZZ, να υπολογίσετε την ελάχιστη συγκέντρωση  $n=p$  που απαιτείται ώστε να έχουμε αναστροφή πληθυσμού στο δι-διάστατο GaAs, για πέντε διαφορετικές θερμοκρασίες μεταξύ 77K και 300K. Λύστε το για ευκολία με προσέγγιση Boltzmann, και φτιάξτε ένα γράφημα  $n(T)$ .

**Θέμα 1.** (3 μονάδες)

Υπολογίστε την ειδική αντίσταση,  $\rho=1/\sigma$ , του Si στους 300K, στις εξής περιπτώσεις:

(α) ο ημιαγωγός είναι ενδογενής, (β) περιέχει προσμείξεις δοτών σε συγκέντρωση  $N_D = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ , και (γ) περιέχει ίσο αριθμό δοτών και αποδεκτών  $N_D = N_A = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ .

**Θέμα 2.** (5 μονάδες)

Δίδεται ο **δι-διάστατος** GaAs ημιαγωγός ( $m_e = 0.07m_0$ ,  $m_h = 0.4m_0$ ,  $E_g = 1.4 \text{ eV}$ ). Υποθέτοντας ίσες συγκεντρώσεις φορέων και οπτικές μεταβάσεις μεταξύ της ZA και ZZ, να υπολογίσετε την ελάχιστη συγκέντρωση  $n=p$  που απαιτείται ώστε να έχουμε αναστροφή πληθυσμού στο δι-διάστατο GaAs στους 300K. Λύστε το με και χωρίς προσέγγιση Boltzmann, και συγκρίνετε τα αποτελέσματα.

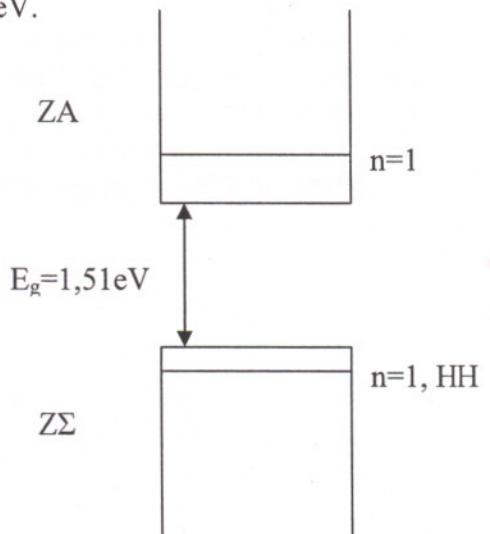
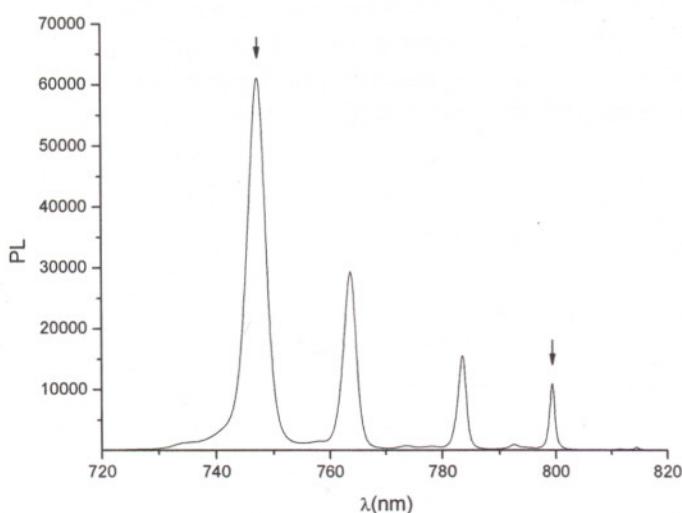
**Θέμα 3.** (2 μονάδες)

(α) σε ποιό τεταρτημόριο της χαρακτηριστικής I-V πρέπει να λειτουργείται μία φωτοδίοδος ώστε να συμπεριφέρεται ως ηλιακό κύτταρο, και γιατί;

(β) Ένα ηλιακό κύτταρο Si όταν ακτινοβολείται με ηλιακό φώς έχει ρεύμα βραχυκύλωσης 50mA και τάση ανοικτού κυκλώματος 0.9V. Εάν ο παράγοντας πλήρωσης (fill factor) είναι 0.7, υπολογίστε την μέγιστη ισχύ που παράγει το κύτταρο, και δείξτε σε ένα γράφημα I-V το αντίστοιχο σημείο λειτουργίας.

### Θέμα 1. (5 μονάδες)

Στο Εργαστήριο Οπτικού Χαρακτηρισμού, ένας μεταπτυχιακός φοιτητής παρήγαγε το παρακάτω φάσμα φωταύγειας σε T=2K. Το φάσμα προέρχεται από αυθόρμητες επανασυνδέσεις των n=1 ηλεκτρονίων και βαρέων οπών σε κβαντικά πηγάδια GaAs διαφορετικού πάχους (βλ. διάγραμμα). Για να βοηθήσετε τον μεταπτυχιακό φοιτητή, θα πρέπει να υπολογίσετε τα πάχη των δύο πηγαδιών που αντιστοιχούν στην χαμηλότερη και την υψηλότερη ενέργεια εκπομπής που υποδεικνύονται από τα βέλη στο φάσμα. Χρησιμοποιείστε την προσέγγιση απειρόβαθων κβαντικών πηγαδιών. Δίνονται τα  $m_e = 0.07m_0$ ,  $m_h = 0.4m_0$ ,  $E_g(\text{GaAs}) = 1.51\text{eV}$ .



### Θέμα 2. (5 μονάδες)

Δίδεται ο δι-διάστατος GaAs ημιαγωγός ( $m_e = 0.07m_0$ ,  $m_h = 0.4m_0$ ,  $E_g = 1.4\text{eV}$ ).

- (α) υπολογίστε την πυκνότητα ενεργειακών καταστάσεων στα άκρα των ZA και ZZ.
- (β) υπολογίστε τις συγκεντρώσεις φορέων στις ZZ και ZA στους 300K, χρησιμοποιώντας υπόθεση ενδογενούς ημιαγωγού και προσέγγιση Boltzmann.
- (γ) βρείτε τις ψευδο-στάθμες Fermi αν ο ημιαγωγός διεγείρεται οπτικά με  $n=p=10^{12} \text{ cm}^{-2}$  φορείς, και ελέγξτε εάν ικανοποιείται το κριτήριο για  $g>0$ .

Υπενθυμίζεται ότι η ενέργεια κβαντικού περιορισμού ενός φορέα με ενεργό μάζα  $m^*$  σε άπειρο πηγάδι πάχους  $L$  είναι  $E_n = \pi^2 \hbar^2 n^2 / 2m^* L^2$ , όπου  $n=1,2,\dots$ . Επίσης, στις δύο διαστάσεις η πυκνότητα ενεργειακών καταστάσεων σε μια παραβολική ζώνη με ενεργό μάζα  $m^*$ , δίνεται από την σχέση  $\sum_{n=1}^{\infty} (m^* / \pi \hbar^2) \Theta(E - E_n)$ , όπου  $\Theta(x)$  η συνάρτηση βήματος που είναι ίση με 1 για  $x \geq 0$  και με 0 για  $x < 0$ . Τέλος, στην προσέγγιση Boltzmann,  $n=N_C \exp[(E_F-E_C)/kT]$  και  $p=N_V \exp[(E_V-E_F)/kT]$ .